Calculus L'Hôpital's Rule Review Worksheet Problems courtesy of Briggs/Cochran/Gillett ©2014

Evaluate the following limits. Use L'Hôpital's Rule when needed.

1) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-x^2-2x}{x^2-4}\quad \frac{0}{0}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to 2}\frac{3x^2-2x-2}{2x}=\frac{3}{2}$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos 6x}{2x}\quad \frac{0}{0}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{6\sin 6x}{2}=0$

3)

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{3\sin^2(2x)}{x^2}\quad \frac{0}{0}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{6\sin(2x)(\cos(2x))(2)}{2x}\quad RW\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{6\sin(2x)(\cos(2x))}{x}$

$\frac{0}{0}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{6(\cos(2x))(2)\cos(2x)+6\sin(2x)(-\sin(2x))(2)}{1}=12$

4) $\lim\limits_{x\to 0^+}(\cot x-\csc x)\quad \infty-\infty\quad RW\quad \lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{\cos x-1}{\sin x}\right)\quad \frac{0}{0}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to 0^+}\left(\frac{-\sin x}{\cos x}\right)=0$

5)

$\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{2/x}\quad 1^\infty\quad RW\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{2\ln(1+2x)}{x}\quad \frac{0}{0}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{2}{1+2x}(2)}{1}=4$

$\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{2/x}=e^4$

6)

$\lim\limits_{x\to \infty}\left(\sqrt{x}+1\right)^{1/x}\quad \infty^0\quad RW\quad \lim\limits_{x\to \infty}\frac{\ln\left(\sqrt{x}+1\right)}{x}\quad \frac{\infty}{\infty}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to \infty}\frac{\frac{1}{\sqrt{x}+1}\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{1}=0$

$\lim\limits_{x\to \infty}\left(\sqrt{x}+1\right)^{1/x}=e^0=1$

7)

$\lim\limits_{x\to 0}2x(\cot 3x)\quad 0\cdot\infty\quad RW\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{\cot 3x}{\frac{1}{2x}}\quad \frac{\infty}{\infty}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{-\csc^2 3x}{\frac{-1}{2x^2}}$ Doesn't look simpler

try another way $\lim\limits_{x\to 0}\frac{2x}{\tan 3x}\quad \frac{0}{0}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to 0}\frac{2}{3\sec^2 3x}=\frac{2}{3}$

8)

$\lim\limits_{x\to \infty}x^{1/x}\quad \infty^0\quad RW\quad \lim\limits_{x\to \infty}\frac{\ln x}{x}\quad \frac{\infty}{\infty}\quad L'H\quad \lim\limits_{x\to \infty}\frac{\frac{1}{x}}{1}=0$

$\lim\limits_{x\to \infty}x^{1/x}=e^0=1$