

數學實踐標準，應是各級數學教育工作者培養啟發學生的目標。這些“流程和精通標準”對學生數理教育有其長遠性的影響。最早出現的數理標準是國家數學教育者協會(NCTM)的倡議：數學包括解決問題，推理，證明，溝通，陳述和觀念連接。第二個數理標準的倡議源自於國家研究委員會的報告(Adding It Up)：數學是適應推理，策略能力，概念理解（理解數學概念，操作和關係），程序的流暢度（程序靈活，準確，有效和適當），和數理的常識（利用數學能力在日常生活中，習慣性的作出明智的，有益的，正確的決定）。以下是全國數學的八大實踐標準：

**標準1：瞭解問題，不折不撓的解決問題。**

精通數學的學生碰到數學問題時會自動自發的解析題目，並尋找解題的入門處。他們分析已知條件，約束，關係，和目標。他們按照題目的形式來推理，預謀解決的策略，而不是隨便地跳進一個解決方法。他們思考類似的問題，特殊情形，並嘗試簡化原來的問題構造，以深入了解其解決方案。他們一面解題一面監測評估進展。如果有必要，隨時改變策略。高年級的學生，根據問題的內涵，解釋方程式之間的對應關係，描述方程式所表達的意思，聯結圖表和繪製圖的重要特徵及關係。他們利用圖形數據，探策到數理運作中的規律或趨勢。年幼的學生可能依賴具體的形象或圖片，以了解數理概念，找尋解決問題之道。數學精通的學生，使用不同的方法檢查他們的答案，他們不斷地問自己，“這樣做是有理的嗎？”他們可以解悉他人解決複雜問題的方法，並確定不同方法之間的對應關係。

**標準2：抽象推理和定量理論。**

精通數學的學生致力於理解數量在題目中所代表的意義。他們具備兩種對定量關係的互補能力：當他們閱讀問題時，他們能將文字背景去除“去情境化”，取而代之的運用數理符號來操縱解題。在這個操縱過程中，也不時的暫停，“回覆情境化”以探討所涉及的符號指稱是否有理。定量推理是一種習慣性。當碰到數量時會考慮數量的單位，它所代表的意義，以及數字及符號的靈活運作而不只是如何計算數目。

**標準3：構建理性的演辯和批判他人的推理。**

精通數學的學生能夠運用已知，假設，定義和構造來做數理辯解。他們能建立一個合理的漸進方式，來探索真理，進而證明他們的設想。他們能夠做個案分析，並可以識別和使用反例。他們證明並表達自己的結論，也可回答他人的質疑。他們的理由是照數據來推理，並考慮數據在真實題目中的意義。數學精通的學生也能比較兩個類似解題方法的效率性，區分哪個是正確的邏輯推理，哪個是有誤缺的。小學生在辯解時，可以使用圖畫，物品，模型或動作等具體的參照物。這種舉証方法雖然不是正式的數學理論推據，可是不失真確。稍後，學生會學習正確的數理解辯的定域。不管是幾年級的學生都應該聆聽別人的觀點，決定是否有道理，並提出有用的問題，要求澄清或改善辯解的內容。

**標準4：數學模式。**

精通數學的學生可以在日常生活和工作場所使用數學來解決問題。在低年級，數學模式包括用簡單的加法等式，來描述一個情況。中年級的學生，可以利用比例推理來規劃學校的活動或解決社區中的問題。到了高中，學生可能使用幾何形狀，解決設計問題，或者使用一個函數來描述一個數量依賴於另一個數量的關係。精通數學的學生可以利用他們的數理能力輕鬆的作出假設和近似，以簡化複雜的情況。當然，他們也意識到稍後答案可能需要修訂。他們在實際情況中能夠識別哪些是重要的數量，也能使用工具，圖表，雙向表，流程圖和公式來表達數量之間的關係，進而用數學模式來分析並作出結論。他們經常性地反思結果是否有意義，如果沒有達到其目的，則改善原有的模型。



標準5：使用適當的工具。

精通數學的學生在解題時，會考慮選用適當的工具。這些工具包括鉛筆和紙，具體的模型，尺，量角器，計算器，電子表格，計算機代數系統，統計軟件，或動態幾何軟件。這些學生熟悉使用適合他們程度的工具，知道何時用何種工具，也瞭解這些工具的優點和其局限性。例如，高中學生能使用圖形計算機來製做函數圖形。使用近似值和其他數學知識，檢可能出現的錯誤。製作數學模型時，他們知道使用科技來幫助他們從視覺上測量所做的幾種假設，探索可能結果，並用具體數據來比較不同的推理。精通數學的學生能夠在課外的媒體上找尋相關的數學資料。比如在電子網站上，使用資訊來構成或解決問題。他們能夠使用電子科技拓展和深化他們對概念的理解。

標準6：注意精確度。

精通數學的學生試圖用精確的方式與他人溝通。他們使用明確的定義自我解析並與其他人士討論。他們表達符號的正確選擇，包括適當使用等號。他們小心指定計量單位，並標註軸作標以澄清量的對應關係。他們選擇計算準確度，有效地表達題目的適當數值精度。在小學時，學生能解釋自己的答案。高中時，他們能使用明確的定義來證明答案。

標準7：尋找並利用結構

精通數學的學生仔細一看，就能辨別圖案或結構。例如，小學生，可能會注意到，三加七和七加三是等額，又例如，他們能依照形狀有幾邊來分類。稍長時，學生們將意會到 $7 \times 8$ 的乘積等於 $7 \times 5 + 7 \times 3$ ，這種認知為學習分配律打下基礎。在分解 $X^2 + 9X + 14$ 因式時，高年級的學生可以看到14是 $2 \times 7$ ，9是 $2 + 7$ 。他們認識幾何圖形的線條重要性，並且可以使用繪製輔助線解決幾何問題。他們也可以退一步探索問題的整體概述和重不同角度來分析問題。他們注意到問題的複雜性，比如代數方程式可被視為一個整體或是幾個單項的結合。例如，他們可以理解 $5 - 3(x - y)^2$ 為5減去一個正數乘以一個平方，假如 $x$ 和 $y$ 是實數，這算式值是不可能大於5。

標準8：尋找並表達反复推理中的規律性

精通數學的學生在做重複計算時會留意到不變的定理，於是，可以找出一個快捷演算法。小學高年級的學生，可能會注意到，25除以11，他們重複一遍又一遍做相同的計算，所以得出結論，除積是一個循環小數。中學生在反復檢查某點是否在一條線上時抽象計算出斜率的公式。例如要斷定一桌是否在一條斜率等於3，通過 $(1, 2)$ 的線上時，中學生可能會用抽象式 $(Y - 2) / (X - 1) = 3$ 來做判斷。當學生計算以下三個乘積時，消減正反數 $(X - 1)(X + 1)$ ， $(X - 1)(X^2 + X + 1)$ ， $(X - 1)(X^3 + X^2 + X + 1)$ 他們會領悟到幾何級數的總和。在解決一個問題時，精通數學的學生保持著對問題的整體瞭解並不時的監督細節，不斷地評估中間步驟的合理性。